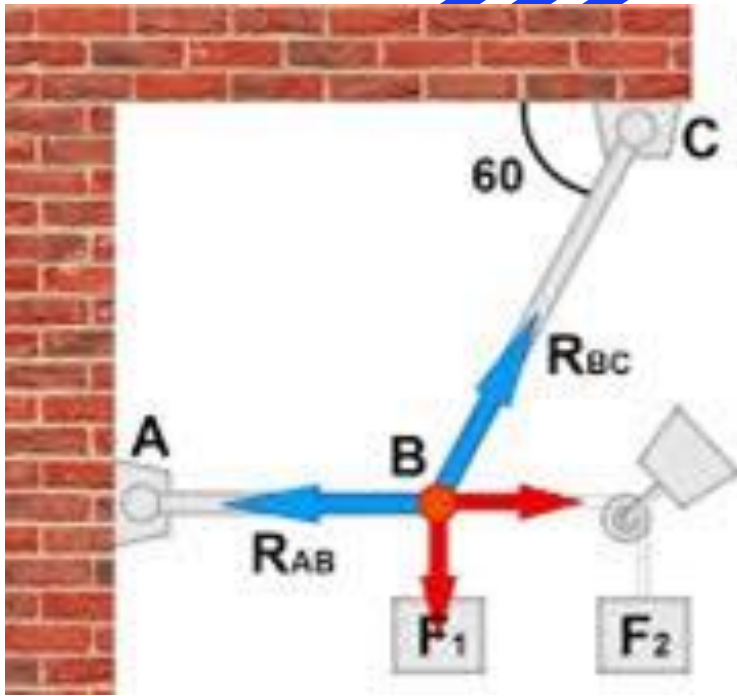




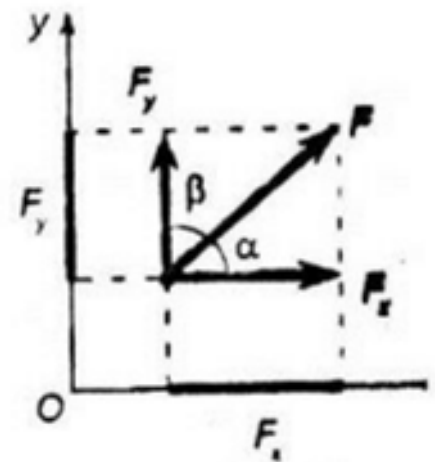
Плоска система збіжних сил

Плоска система збіжних сил - це сукупність сил, що діють в одній площині і прикладені до однієї точки.

Проекції сил на осі x і y знаходять у вигляді

$$F_x = F \cos \alpha$$

$$F_y = F \cos \beta$$



Аксиоми про сили

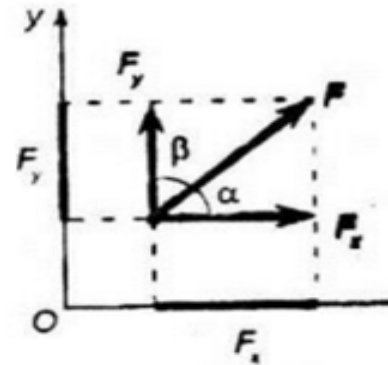


Рис.9

Якщо відомі проекції сил F_x і F_y , її модуль і напрям визначаємо за формулами:

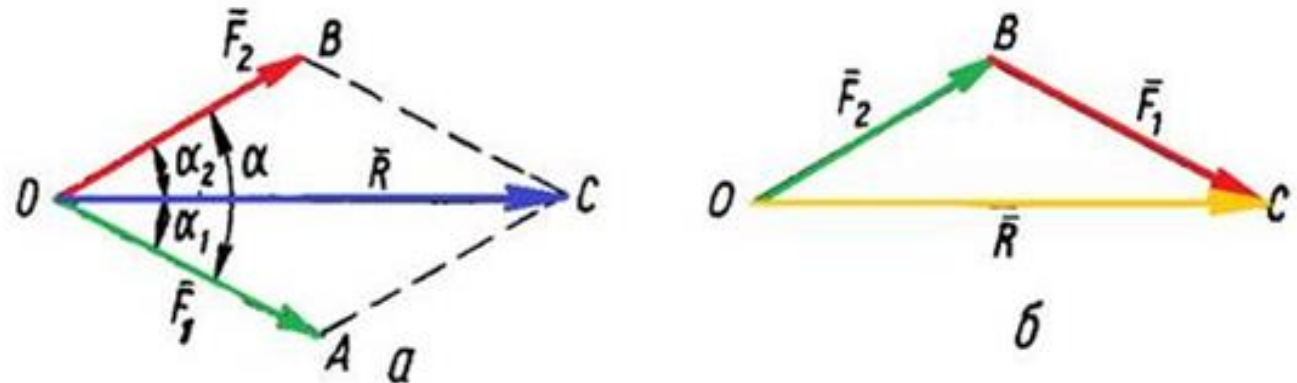
Теорема про три сили

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$
$$\cos \alpha = \frac{F_x}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2}}$$
$$\cos \beta = \frac{F_y}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2}}$$

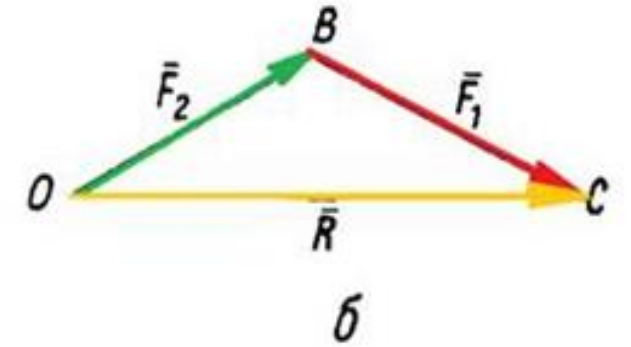
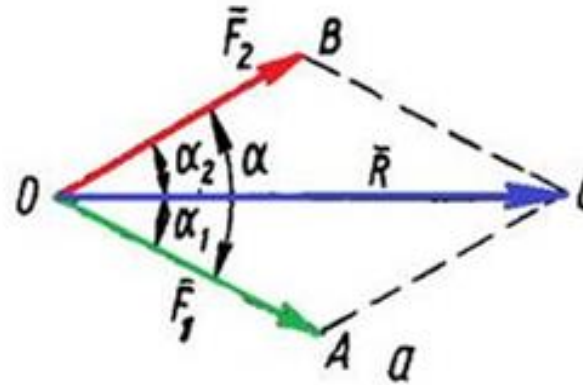
Системою збіжних сил називають сили, лінії дії яких перетинаються в одній точці.

Систему збіжних сил, лінії дії яких розміщені в одній площині, називають **плоскою**.
Всі сили такої системи можна перенести вздовж ліній їх дій у спільну точку перетину цих ліній. Від цього дія цієї системи сил на абсолютно тверде тіло не зміниться, що впливає з другої аксіоми статки. Отже, будь-яка система збіжних сил може бути заміненa еквівалентною системою сил, прикладених в одній точці. Якщо на тіло діють дві сили F_1 та F_2 , прикладені в одній точці O , то рівнодійна цих сил дорівнює їх геометричній сумі

$$\bar{R} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2.$$



$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2.$$



Для знаходження рівнодійної двох сил $\vec{F}_1$ та $\vec{F}_2$ прикладених в одній точці O , не треба будувати весь паралелограм $OACB$ (рис. 1а), а досить побудувати один з трикутників OAC чи OBC /

Трикутник OBC (або OAC) називають **силовим трикутником**, а такий спосіб додавання двох сил – **правилом трикутника**.

Якщо є кілька збіжних сил, то, застосовуючи послідовно правило додавання двох сил, роблять висновок, що **рівнодійна кількох збіжних сил також дорівнює їх геометричній сумі** :

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

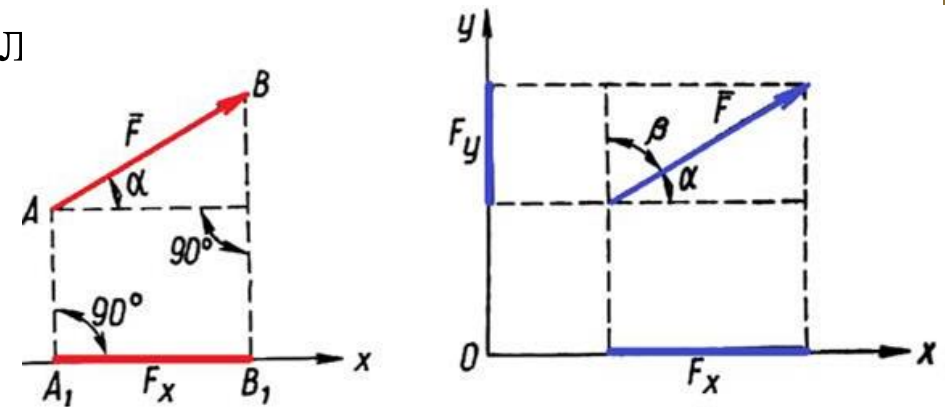
тобто, щоб спростити запис, границі зміни індекс $\sum$ іноді опускають.

Розкладання сили на складники є оберненою дією додавання сил.

Особливо часто доводиться розкласти задану силу на два складники за двома заданими напрямками OM та ON . Для цього з кінця A вектора сили F проводимо прямі AB і AC , які відповідно паралельні прямим ON і OM , і отримаємо паралелограм $OBAC$. Сила F , очевидно, буде діагоналлю цього паралелограма. Вектори $F_1=OB$ і $F_2=OC$ є шуканими складовими сил

Проекцією сили F на вісь x називається відрізок між основами A_1 і B_1 перпендикулярів, опущених на цю вісь з початку і кінця сили. Точка A_1 буде початком, а B_1 – кінцем проекції.

Проекція F буде додатною, якщо її напрямок збігається з додатним напрямком осі, якщо ж ні – то від'ємна.



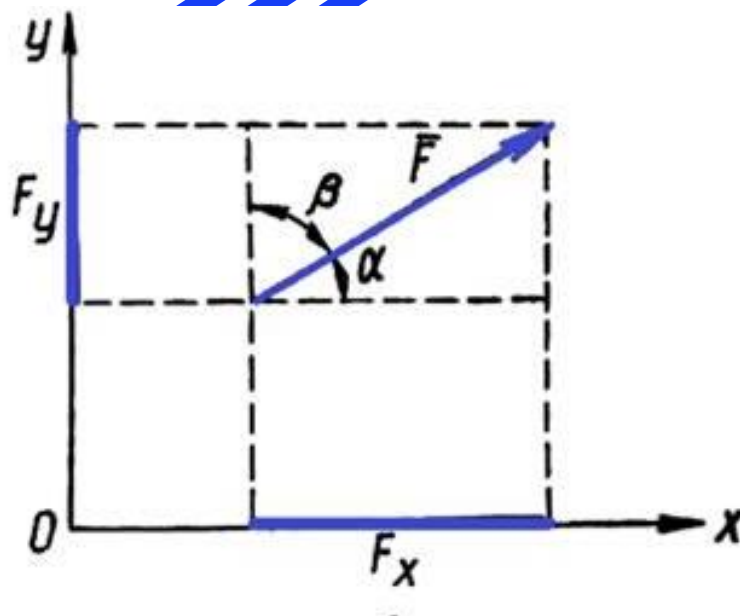
Із рисунка бачимо, що залежність між проекцією і величиною проектованої сили F визначається рівністю:

$$F_x = F \cos \alpha,$$

де α – кут між силою і додатним напрямком осі.

Очевидно, якщо $\alpha < 90^\circ$ і $\alpha > 270^\circ$ проекція сили на вісь буде додатною, а якщо $90^\circ < \alpha < 270^\circ$ – від'ємною. Якщо $\alpha = 90^\circ$ або $\alpha = 270^\circ$, то проекція сили на вісь дорівнює нулю, оскільки сила перпендикулярна до осі. Величину сили можна знайти за її проекцією на дві взаємно перпендикулярні осі (x та y), користуючись теоремою Піфагора: $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$.

Лінію дії і напрямок сили визначають за допомогою косинусів кутів між силою і додатними напрямками осей проекцій: $\cos \alpha = \frac{F_x}{F}$; $\cos \beta = \frac{F_y}{F}$.



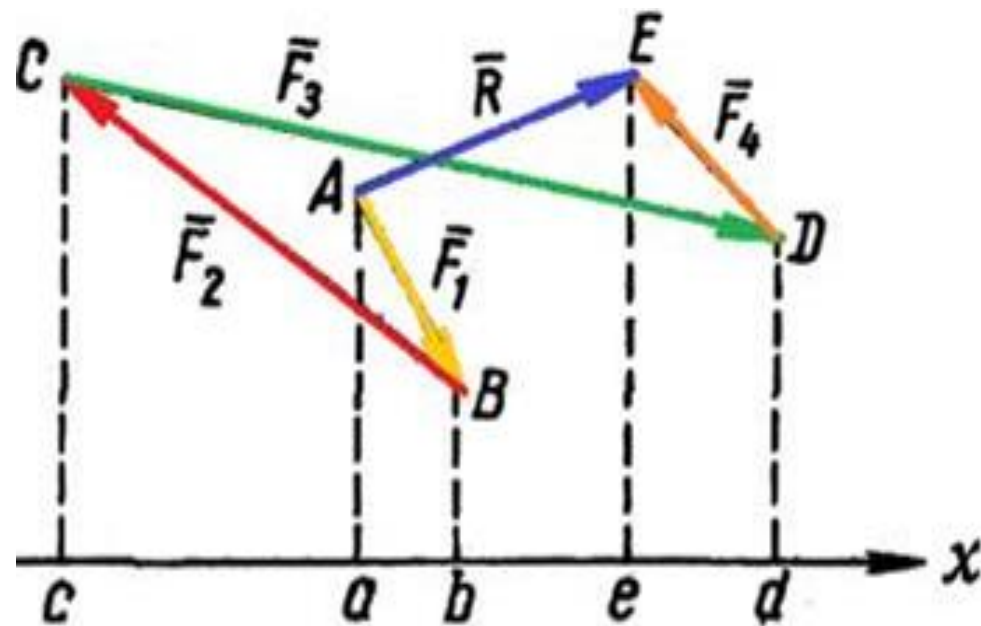
Теорема про три сили

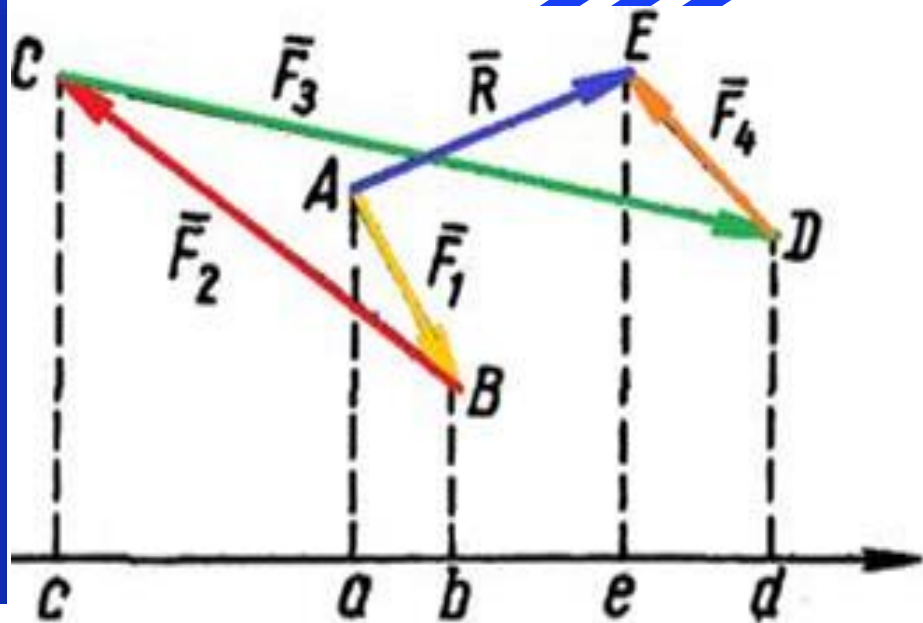
Проекція рівнодійної на будь-яку вісь дорівнює алгебраїчній сумі проекцій складових сил на цю саму вісь.

Для доведення теореми з сил побудуємо силовий багатокутник $ABCDE$, в якому рівнодійну $\vec{R} = \vec{AE}$ зображують вектором.

Опустимо перпендикуляри на вісь x із усіх вершин цього багатокутника. Тоді, позначивши проекції сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ на вісь x відповідно $F_{1x}, F_{2x}, F_{3x}, F_{4x}$ через , матимемо: $\vec{F}_{1x} = ab, F_{2x} = -bc, \vec{F}_{3x} = cd, F_{4x} = -de$.

Відрізки bc і de від'ємні, оскільки вони спрямовані у бік, протилежний напрямку осі проекцій. Очевидно, що $F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x} = ab - bc + cd - de$.





Теорема про три сили

З рисунка бачимо, що $ab - bc = -ac$; $-ac + cd = ad$; $ad - de = ae$. Але ae є проекцією рівнодійної на вісь x .

Позначивши проекцію рівнодійної $\bar{R} = \overline{AE}$ на вісь x через , матимемо: $F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x} = R_x$.

Отже, теорему доведено. Проекція рівнодійної на вісь x дорівнюватиме:

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = \sum_{i=1}^n F_{ix}$$

Спроектувавши цю саму систему сил на вісь y , перпендикулярну осі x , і застосувавши відповідні позначення, дістанемо:

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = \sum_{i=1}^n F_{iy}$$

Величину рівнодійної знаходимо за формулою: $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(\sum F_{ix})^2 + (\sum F_{iy})^2}$

Лінію дії і напрям рівнодійної знаходимо за допомогою косинусів кутів між рівнодійною і додатними напрямками осей: $\cos(\hat{R}, x) = \frac{R_x}{R}$; $\cos(\hat{R}, y) = \frac{R_y}{R}$.

Умова рівноваги

Умова рівноваги в аналітичній формі

Аналітично величину рівнодійної визначають за формулою: $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(\sum F_{ix})^2 + (\sum F_{iy})^2} = 0$.

Але коли $R = 0$, то нулю дорівнює і вираз під коренем, а це можливо тоді, коли кожна складова під коренем дорівнює нулю, тобто:

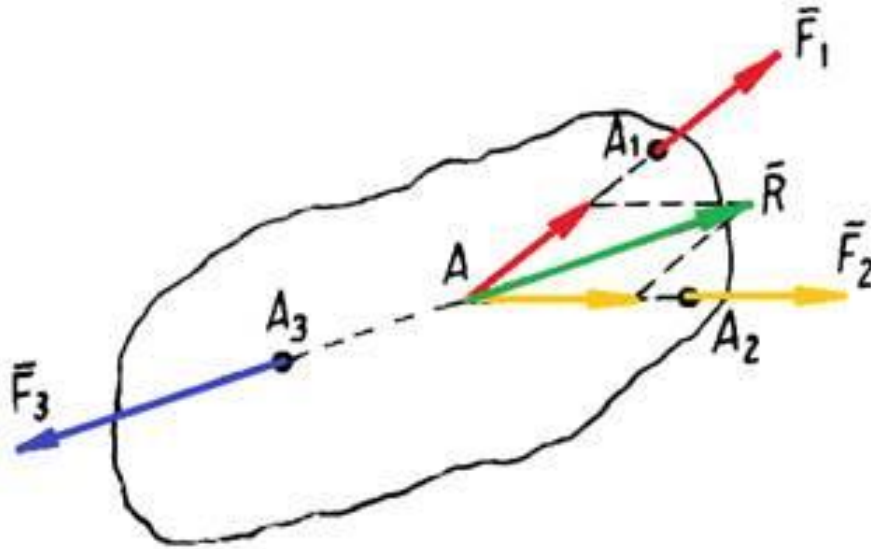
$$\sum F_{ix} = 0,$$

$$\sum F_{iy} = 0.$$

Ці рівняння називають рівняннями рівноваги плоскої системи збіжних сил.

Отже, *для рівноваги плоскої системи збіжних сил необхідно і достатньо, щоб алгебраїчні суми проекцій всіх сил на кожну з двох координатних осей, що лежать у площині дії сил, дорівнювали нулю.*

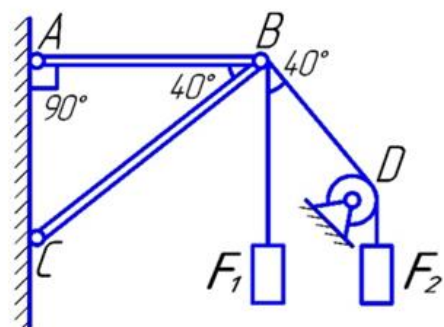
Теорема. Рівновага трьох непаралельних сил, розміщених в одній площині



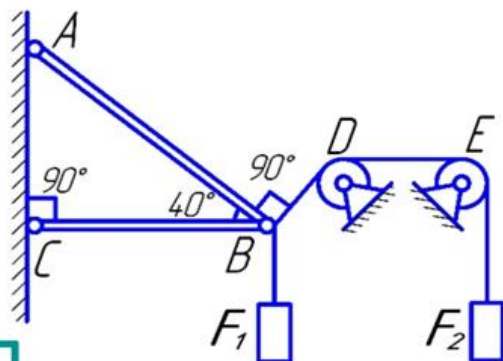
Якщо три непаралельні сили, розміщені в одній площині, взаємно зрівноважуються, то лінії дії їх перетинаються в одній точці.

Нехай на тіло в точках A_1 , A_2 та A_3 діють три непаралельні сили A_1 , A_2 і A_3 , що взаємно зрівноважуються і розміщені в одній площині. Лінії дії двох сил, наприклад F_1 і F_2 , очевидно, перетинаються в одній точці A .

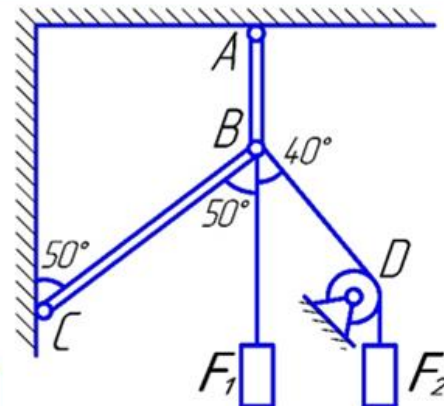
Переносимо ці сили вздовж їх ліній дії в точку A та додаємо їх за правилом паралелограма. Тоді сила буде їх рівнодієюю. Отже, на тіло тепер діятимуть тільки дві сили: R та F_3 . Оскільки за умовою ці сили зрівноважуються, то вони мають бути рівними за модулем і спрямовані за однією прямою у протилежні боки. Таким чином, лінія дії сили F_3 збігатиметься з лінією дії сили R , а отже, проходить через точку A , в якій перетинаються лінії дії сил F_1 і F_2 .



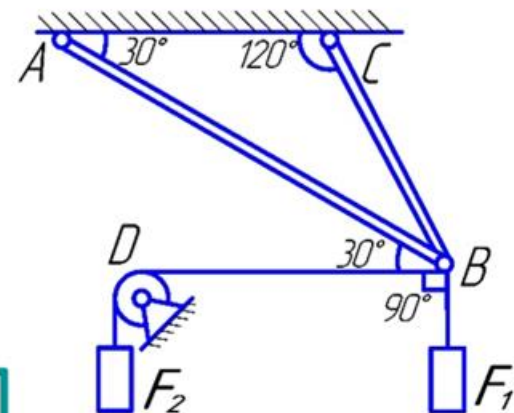
1



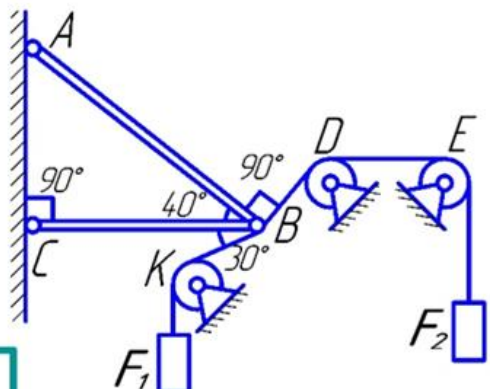
2



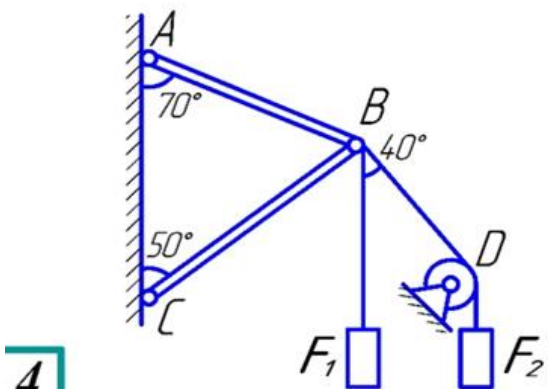
7



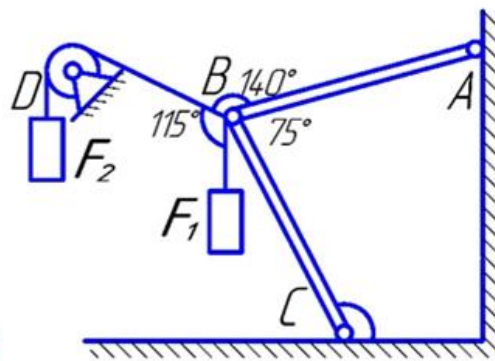
8



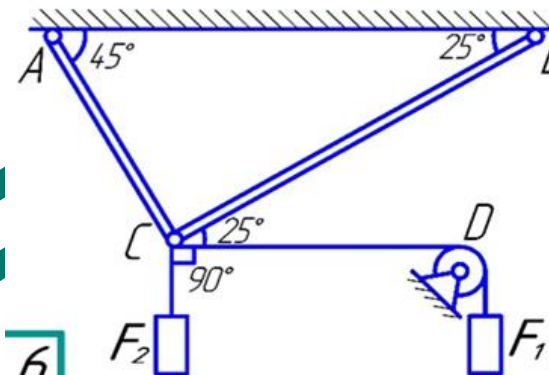
3



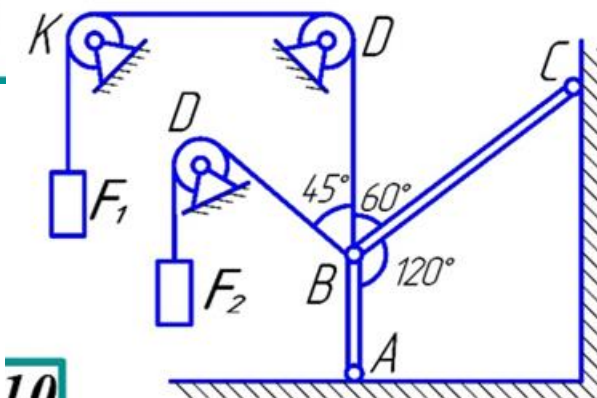
4



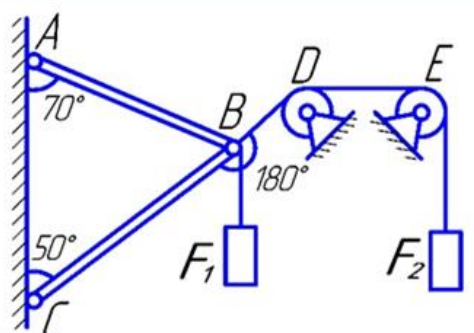
9



6



10

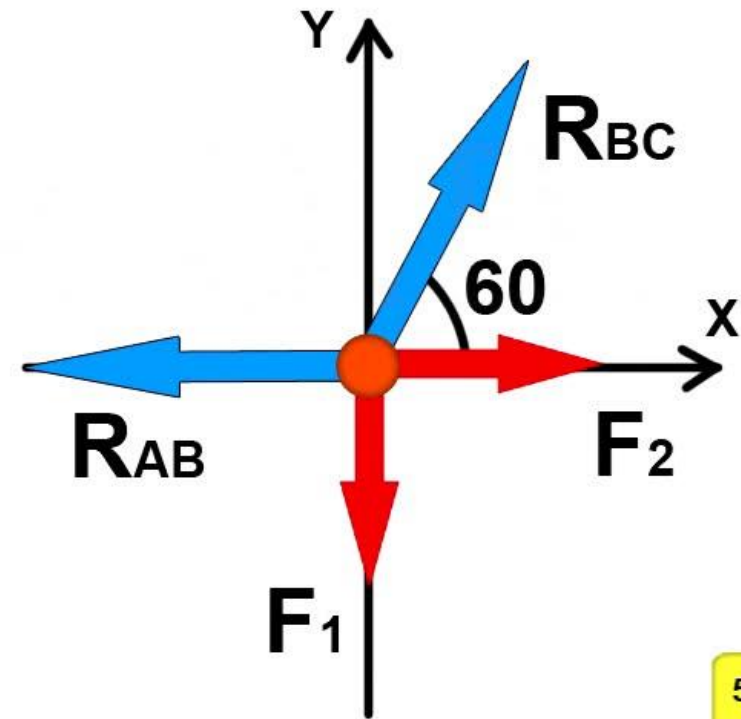
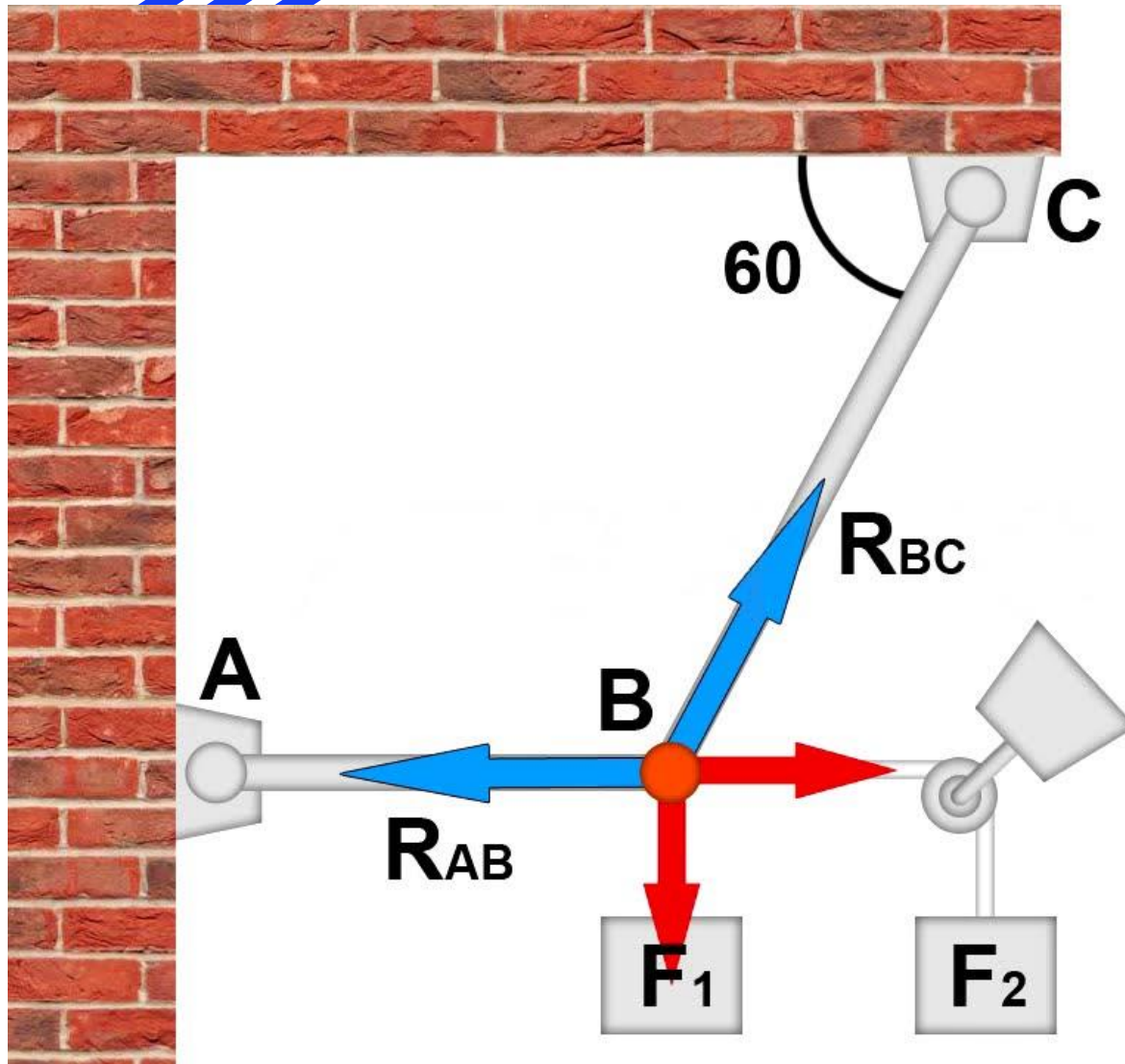


5

Рішення задач

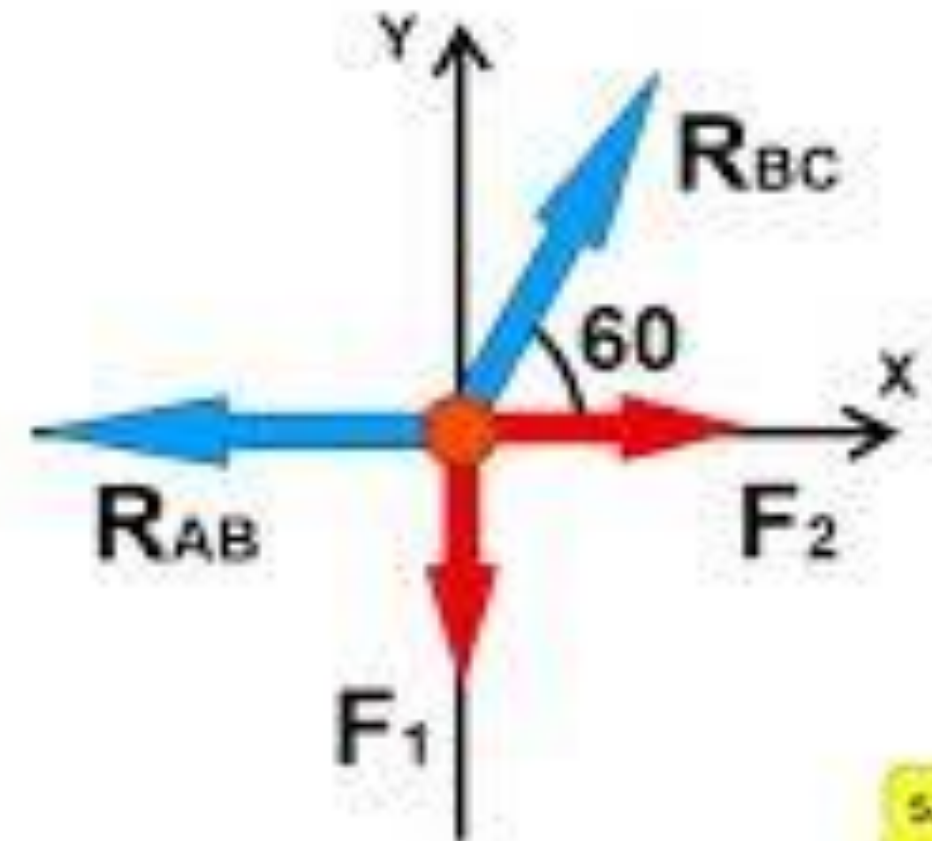
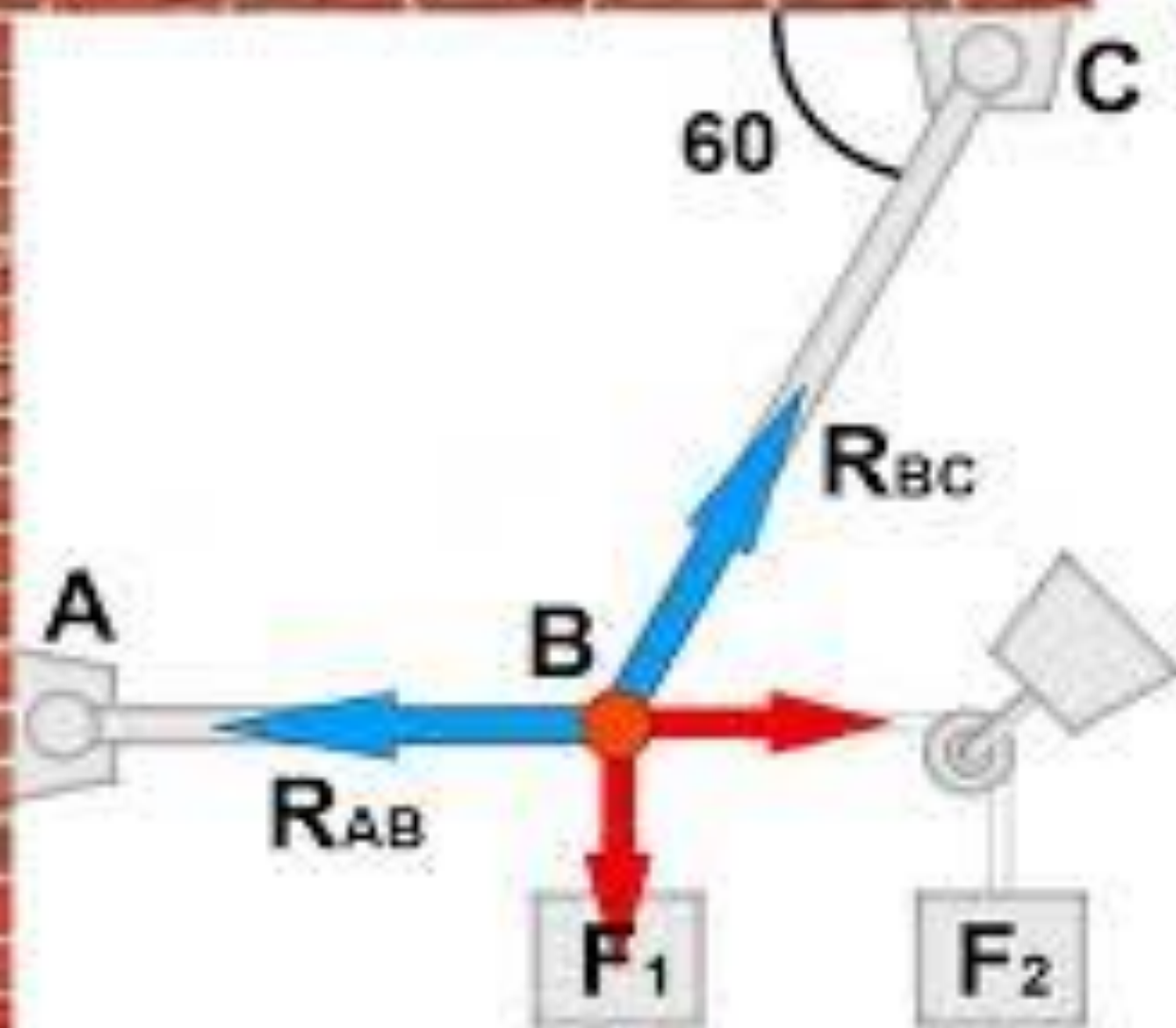
Задача

Задано стержневу систему на яку діють двісосереджені сили $F_1=100\text{H}$, $F_2=250\text{H}$. Визначити реакції в стержнях. Масою стержнів знехтувати.



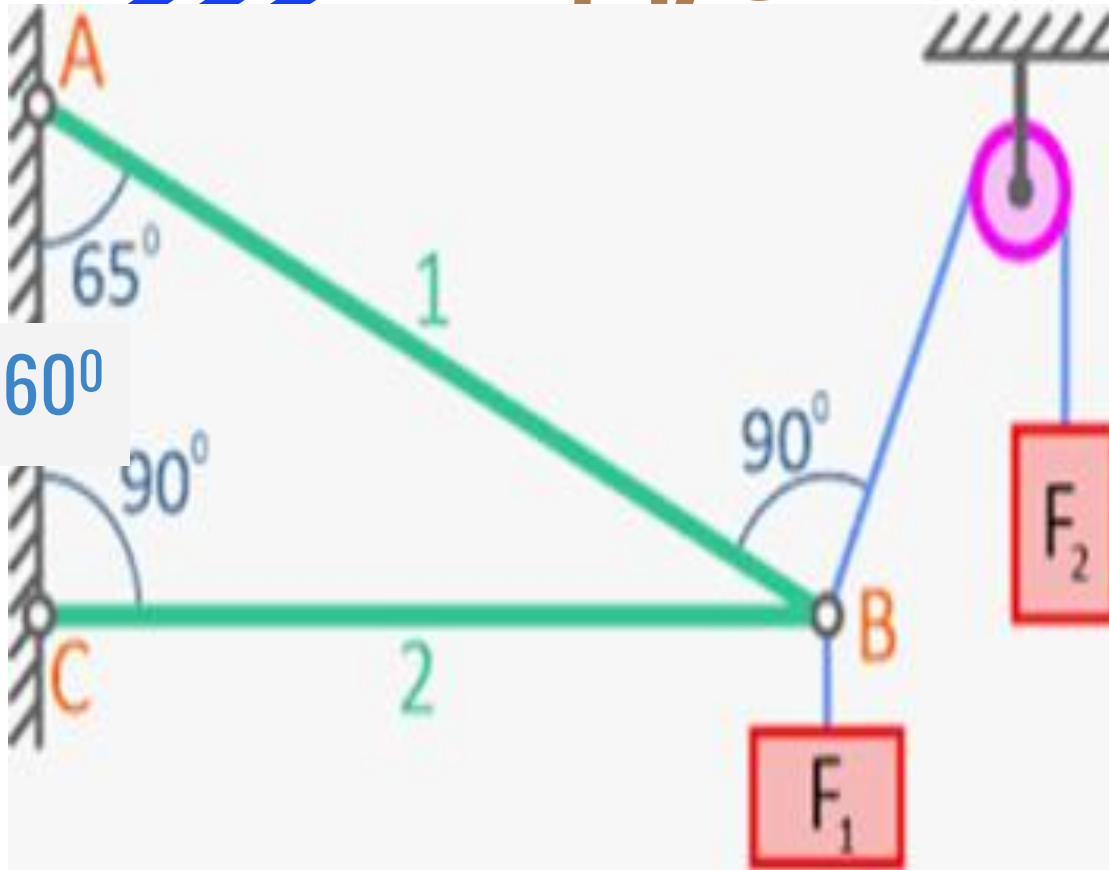
Задача

Задано стержневу систему на яку діють дві сосреджені сили $F_1=100\text{H}$, $F_2=250\text{H}$. Визначити реакції в стержнях. Маса стержнів знехтувати.



Д/З

Задача для самоперевірки



1. Розглянути рівновагу точки В.
До неї проложені активні сили – сили натягу тросів з вантажами F_2 , і F_1 .
2. Визначити напрямок дії реакцій R_1 і R_2 в стержнях АВ та ВС від точки В.
3. Перенести реакції векторів на систему координат і визначити за рівнянням рівноваги рівноваги R_1 і R_2

Дано:

$$F_2 = 100 \text{ Н}$$

$$F_1 = 200 \text{ Н}$$

Визначити:

$R_1?$

$R_2?$